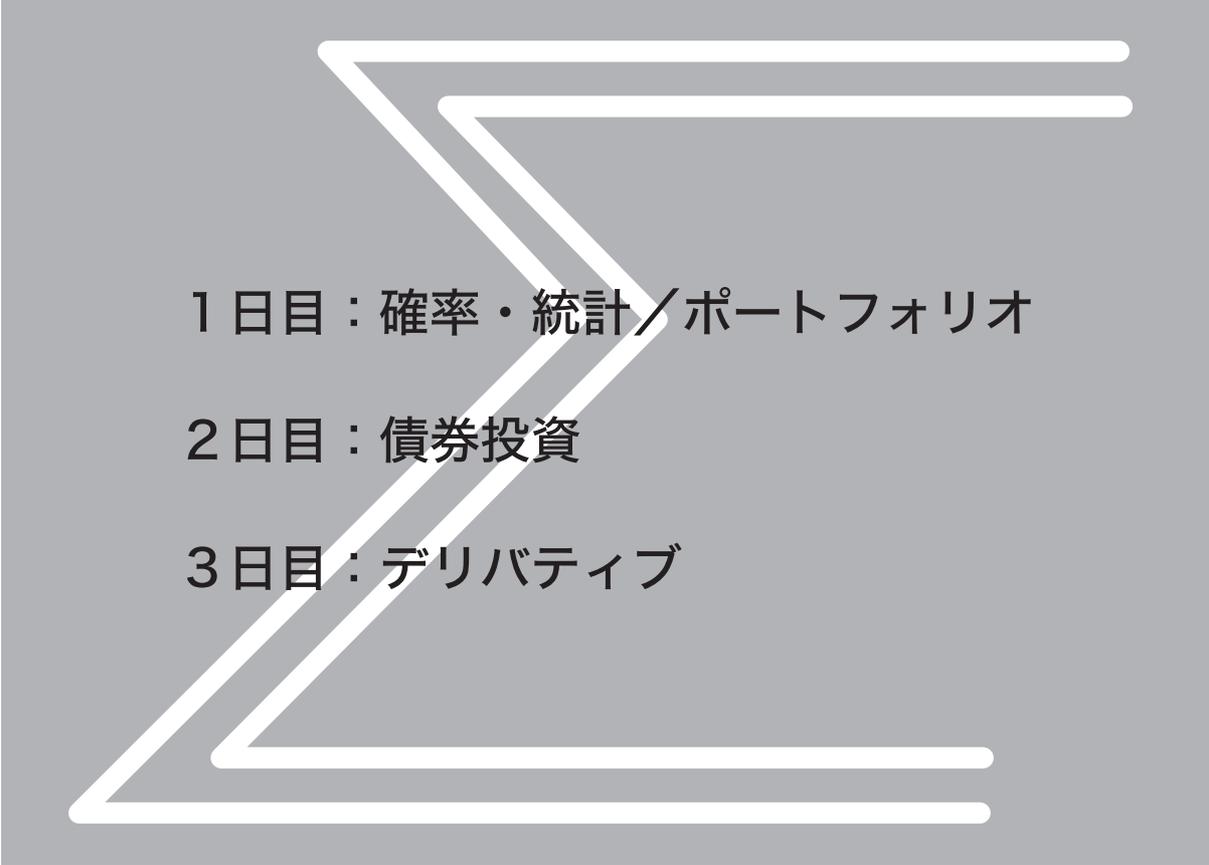


シグマインベストメントスクール

# 平成23年度 新入社員向け公開講座

B (アドバンス) コース



1日目：確率・統計／ポートフォリオ

2日目：債券投資

3日目：デリバティブ

---

シグマベースキャピタル株式会社

〒103-0025 東京都中央区日本橋茅場町1-8-1 茅場町一丁目平和ビル1F

TEL : 03-3665-8194 FAX : 03-3665-8192

URL : <http://www.sigmabase.co.jp/>

・・・・・・・・目次・・・・・・・・

<b>I . 確率・統計知識の基礎</b> .....	<b>2</b>
1 . 期待値と分散 .....	3
2 . 正規分布 .....	13
<b>II . ポートフォリオのリスク分析</b> .....	<b>17</b>
1 . ポートフォリオのリターンの計算 .....	17
2 . 相関係数と2証券ポートフォリオのリスク .....	19
<b>III . 現代ポートフォリオ理論</b> .....	<b>30</b>
1 . Mean-Variance Framework と投資家の投資選択に関する設定 .....	30
2 . 有効フロンティア (Efficient-Frontier) .....	31
3 . C A P M .....	36
4 . 市場モデルの考え方と 値 .....	41
<b>IV . &lt;参考&gt; 確率・統計についての数学的補足</b> .....	<b>51</b>
1 . 共分散について .....	51
2 . 回帰分析と 、 の決定 .....	55

<テキストを読まれる上での注意>

- ・テキスト内での計算例は、基本的に EXCEL 等を利用し、途中で端数処理をすることなく最後まで計算し、結果のみ適宜端数処理して表示しています。
- ・以上のような計算方法、端数処理方法は必ずしも実務上の処理と一致しているわけではありません。

### 3 . C A P M

#### ( 1 ) C A P Mとは

C A P M (Capital Asset Pricing Model : 資本資産評価モデル) とは、投資資産の期待リターンを求めるための理論式のこと、その後この功績などによりノーベル賞を受賞した W.sharpe 及び J.Lintner らにより 1960 年代の半ば頃に生み出された理論である。

現実にも、投資実務において、投資証券の期待リターンを求める場合や、コーポレート・ファイナンスの分野において、企業の株式の期待リターン (期待収益率) を求める際などに幅広く利用されており、実務的にも非常に重要な理論である。

式を書けば以下のようなになる。

【C A P M】 <シャープ・リントナー型<sup>注</sup>>

$$E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_M) - R_f] \dots\dots\dots \text{式}$$

但し

$R_i$  : 証券 i のリターン

$R_M$  : 「市場ポートフォリオ」のリターン

$R_f$  : 安全資産のリターン

$$\beta_i : \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\text{資産 i と市場ポートフォリオの共分散}}{\text{市場ポートフォリオの分散}}$$

市場ポートフォリオとは

この式を考える上でポイントとなるのは上の「市場ポートフォリオ」の意味である。「市場ポートフォリオ」とは、C A P Mの基本的な考え方而言えば「投資対象として考え得る全てのリスク資産からなるポートフォリオ」を意味する。

ただし、この定義からわかるように、そのような「市場ポートフォリオ」を特定するのは現実には困難であり、よって実際に上の式を使う場合、「市場ポートフォリオ」及びその

---

<sup>注</sup> CAPM にはいろいろなバリエーションが存在する。特に有名なものとして、無リスク資産が存在しない場合でも「ゼロ・ベータ・ポートフォリオ」と呼ばれるポートフォリオを使って CAPM と同様の式が導けることを示したブラック型 CAPM と呼ばれるものなどがある。

期待リターン等のデータをどのように求めるか、という点が一つの課題となる。

現実の利用に当たっては、例えば大手上場企業の株式収益率をこの式をベースに求める場合は

$$\frac{\text{市場ポートフォリオの期待リターン} - \text{T O P I X の期待リターン}}{\text{資産 } i \text{ と市場ポートフォリオの共分散}} \Rightarrow \frac{\text{資産 } i \text{ とT O P I X の共分散}}{\text{T O P I X の分散}}$$

といった処理がされることが多い。

## (2) CAPMの導出

CAPMの式が導出される理論過程を概観してみよう。

まず、CAPMの式が、接点ポートフォリオの期待リターンと個々の証券の期待リターンとの関係を示す式と式形が同じであり、接点ポートフォリオを市場ポートフォリオに置き換えればそのままCAPMの式になることに注目されたい。

実はCAPMは以下のような、かなり強い種々の仮定を置いた上で導出される式である。

### CAPM導出のための仮定

証券の売買コストはかからない。

証券は無限に分割可能である。

証券投資に関わる税金は存在しない。

投資家一人一人の売買行動は証券価格に影響を与えない。

投資家はすべてリスク回避的であり、期待リターンとリスク（標準偏差）のデータのみにより、ポートフォリオ選択をする。

空売りは無限に許容されている。

安全資産利子率での、運用及び借り入れは自由にいくらでも可能。

**投資家は、すべての証券のリターンとリスク（及び相関係数等）について同じ予想をしている。**

すべての資産は市場で売買可能である。

これらの仮定の多くはブラック・ショールズ・モデル導出などでも仮定としておかれるようないわゆる「完全市場（実際に存在しなような「理想的な市場」）」の仮定や、MPTの他の理論でも前提とする仮定などであるが、この仮定がCAPM特有、かつ理論展開にあたり必須のものとして極めて重要である。

この仮定を置くと、投資家が保有するリスク資産である接点ポートフォリオは市場ポートフォリオであることになるので、期待リターンとの関係を示す一般式  $E(r_i) = r_f + \beta_i(E(r_M) - r_f)$  の接点ポートフォリオを市場ポートフォリオに置き換えることができ、CAPMが成立することが言える。

#### 上の $E(r_i) = r_f + \beta_i(E(r_M) - r_f)$ の仮定から接点ポートフォリオ = 市場ポートフォリオ になる理由

まず、すべての投資家が、自分の投資対象ポートフォリオをここまで述べてきたようなMPTの考え方に則して決定するとする。すると、前述したように、投資家は皆、安全資産リターンと「接点ポートフォリオ」の組み合わせからなるポートフォリオを選ぶ。

仮に、ここまでは現実にあてはまるものだと仮定しても、実際は、投資家は独自に証券の期待リターンなどは予測しており、すべての投資家が証券の期待リターンなどについて同一の予測をするというようなことはあり得ない。よって、上のような枠組みで投資家が投資ポートフォリオを決定するにしても、そのポートフォリオの内容は各自バラバラになるはずである。

しかし、CAPMの仮定、すなわち「投資家はすべての証券のリターンとリスクについて同じ予想を共有する」という仮定を置くと、投資家は当然同じ接点ポートフォリオ、同じ安全資産リターンを考えていることになるから、「すべての投資家が皆、リスク資産については、同じ『接点ポートフォリオ』に投資する」ことになる。

市場ポートフォリオとは、「投資家が保有するすべてのリスク資産の集合体」のことであるから、以上から、CAPMの仮定を前提にした場合の市場ポートフォリオとは、すべての投資家が保有する「同じ」接点ポートフォリオの集合となる。つまり、CAPMの世界においては、接点ポートフォリオとは実は市場ポートフォリオである、ということになるのである。よって、 $E(r_i) = r_f + \beta_i(E(r_M) - r_f)$  の接点ポートフォリオを市場ポートフォリオに置換えた形で  $E(r_i) = r_f + \beta_i(E(r_M) - r_f)$  が成立することになるのである。

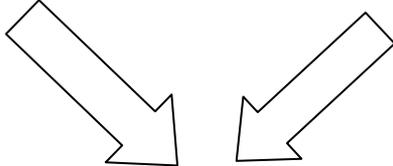
#### CAPMの現実的な意義

CAPMは上述した種々の仮定を置いた上での理論式であるため、これらの仮定が必ずしもそのままあてはまらない現実において、どの程度この式が現実的な意義を持つのかは評価が分かれるところである。しかし、実際の市場を動かしているのは機関投資家と呼ばれる巨額の資産を運用している投資家が中心であり、彼らは、市場の見通し、行動パターン等につき比較的似た属性を持つことなどから、CAPMの仮定も、それにより理論の現実的価値が全く無くなるほど荒唐無稽なものとは言えないとも考えられる。また他に有力な理論があるわけでもないことから、CAPMは現実にもしばしば利用される理論となっている。

< C A P Mの導出の流れ >

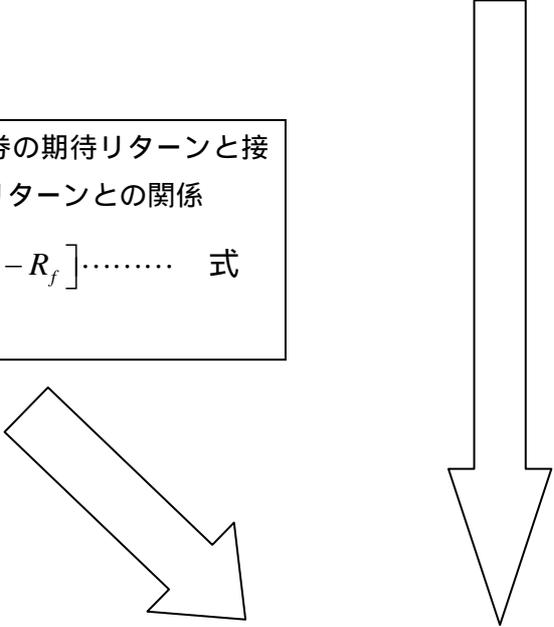
無リスク資産を想定する場合は、  
投資家の保有するリスク資産は「接点ポ  
ートフォリオである。

C A P Mの世界においてはすべての投  
資家は各証券の期待リターン、リスクに  
ついて同じ予想を持つ。



C A P Mの世界においては、すべての投資家はリスク資産について同  
じポートフォリオを選ぶ。そのポートフォリオは  
「市場ポートフォリオ」である。

投資家の想定する個別証券の期待リターンと接  
点ポートフォリオの期待リターンとの関係  
 $E(R_i) = R_f + \beta_{iM} [E(R_M) - R_f] \dots\dots\dots$  式



< C A P M >  
個別証券の期待リターンと市場ポートフォリオの期待リターンの関係式  
 $E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_M) - R_f] \dots\dots\dots$  式  
もしC A P Mが想定するような諸仮定が正しいならば、投資家（全員）が想定する  
期待リターンは 式で計算できる。

## C A P Mの利用例

現実にC A P M理論がよく利用されている場面としては、企業価値評価において株式の期待収益率を算出するときなどが挙げられる。

コーポレート・ファイナンス理論に基づく企業価値評価理論では、企業の生み出すキャッシュフローを、WACC ( Weighted Average Capital of Cost)と呼ばれる、負債と株式の期待主益率を合成した割引率で割り引くことで企業価値を算出する。

このとき、株式の期待収益率を算出する手法としてもっともよく利用されるのがC A P Mである。その場合、国内の企業では市場ポートフォリオとしてはやはり TOPIX を想定し、安全資産のリターンとしては、長期もしくは超長期国債の利回りを使うことが多い。 値は、上場企業であれば過去データから計算できるし、あるいは運用コンサルティングをしている企業等で予想も含めた各企業の を公表しているところもあるので、そのような情報も利用できる。未上場企業の場合、基本的には同業種、似たような財務内容等の上場企業の 値を適用する、といった処理が行われることが多い。